

Corrigé du devoir surveillé n°2

Exercice 1.

$$(E_1) \Leftrightarrow \left(\frac{4x+5}{7} - x\right) \times 7 = 7 \Leftrightarrow 4x + 5 - 7x = 7 \Leftrightarrow -3x = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions de (E_1) est $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$.

$$(E_2) \Leftrightarrow (2x+3)^2 - (-x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow [(2x+3) - (-x+2)][(2x+3) + (-x+2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)(x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x+1 = 0 \text{ ou } x+5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = -5$$

L'ensemble des solutions de (E_2) est $\left\{-\frac{1}{3}; -5\right\}$.

$$(E_3) \Leftrightarrow x(4x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 4x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{4}$$

L'ensemble des solutions de (E_3) est $\left\{0; \frac{1}{4}\right\}$.

Exercice 2.

$$1) \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{IL}$$

$$2) \overrightarrow{IT} + \overrightarrow{IH} = \overrightarrow{IS}$$

$$3) \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{JM} = \overrightarrow{AQ}$$

$$4) \overrightarrow{GT} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{DI}$$

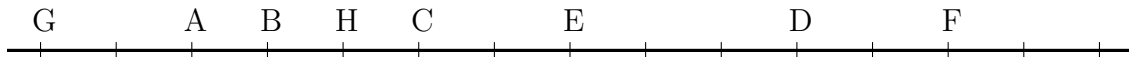
$$5) \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{MQ}$$

$$6) \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HP} = \overrightarrow{JF}$$

$$7) \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{KK}$$

$$8) \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EU}$$

Exercice 3.



$$1. \ 1) \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$$

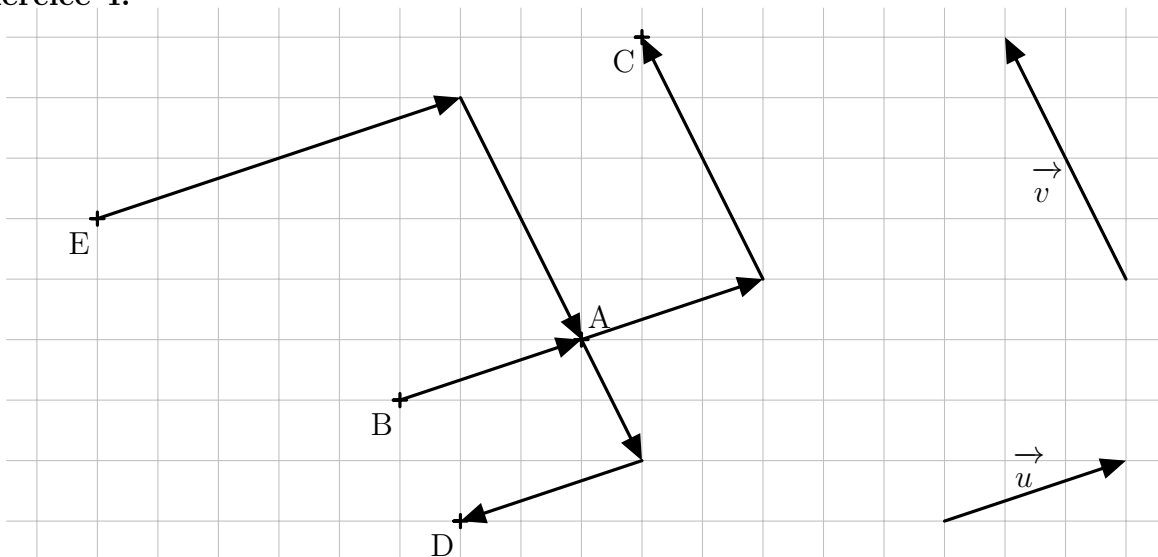
$$2) \overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{AB}$$

$$3) \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$$

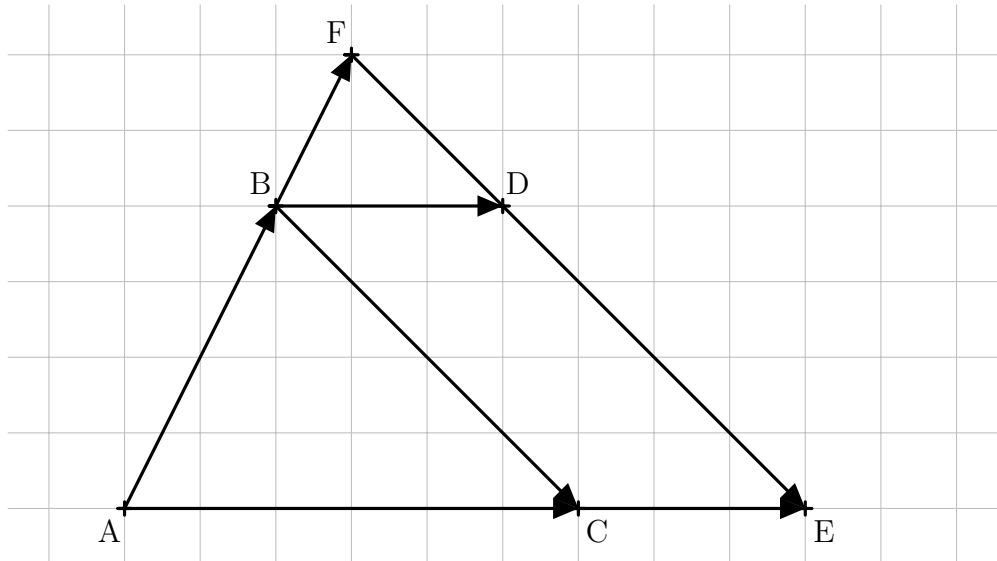
$$4) \overrightarrow{CD} = \frac{5}{2}\overrightarrow{BC}$$

2. Voir ci-dessus.

Exercice 4.



Exercice 5.



1. Voir ci-dessus.
2. a. Voir ci-dessus.
 b. Comme E est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$ donc BCED est un parallélogramme et donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD}$.
 c. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$. Or, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ i.e. $\boxed{\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}}$.
3. On note F le point tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
 a. Voir ci-dessus.
 b. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}$. Or, par définition, $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{FA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$ et, d'après la question 2.c., $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. Ainsi,

$$\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Finalement, comme $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$, on conclut que $\boxed{\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DE}}$.

- c. La question précédente montre que les vecteurs $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires et donc, par théorème, $\boxed{\text{les points E, D et F sont alignés}}$.