

Corrigé du devoir à la maison n°6

Exercice 1.

1. a. On a $20 + 10 + n = 50$ donc $n = 50 - 30$ c'est-à-dire $n = 20$.
- b. On modélise les tirages au hasard par l'équiprobabilité P sur l'ensemble des 50 boules. Comme il y a 20 boules blanches, on a donc $P(B) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$, comme il y a 10 boules noires, $P(N) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$ et comme il y a 20 boules rouges, $P(R) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$.
2. a. Le nombre total de boules est $30 + n$. On modélise les tirages au hasard par l'équiprobabilité P sur l'ensemble des $n + 30$ boules. Comme il y a n boules rouges, $P(R) = \frac{n}{30+n}$.

b. On a

$$P(R) = 0,75 \Leftrightarrow \frac{n}{30+n} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4n = 3(30+n) \Leftrightarrow 4n = 90 + 3n \Leftrightarrow n = 90$$

Ainsi, $P(R) = 0,75$ si et seulement si $n = 90$.

c. Comme $n + 30 > 0$, on a

$$P(R) \geq 0,99 \Leftrightarrow \frac{n}{n+30} \geq 0,99 \Leftrightarrow n \geq 0,99(n+30) \Leftrightarrow n \geq 0,99n + 29,7 \Leftrightarrow 0,01n \geq 29,7$$

et, comme $0,01 > 0$, $0,01n \geq 29,7$ équivaut à $n \geq \frac{29,7}{0,01}$ c'est-à-dire $n \geq 2970$.

Ainsi, le plus petit entier n tel que $P(R) \geq 0,99$ est 2970.

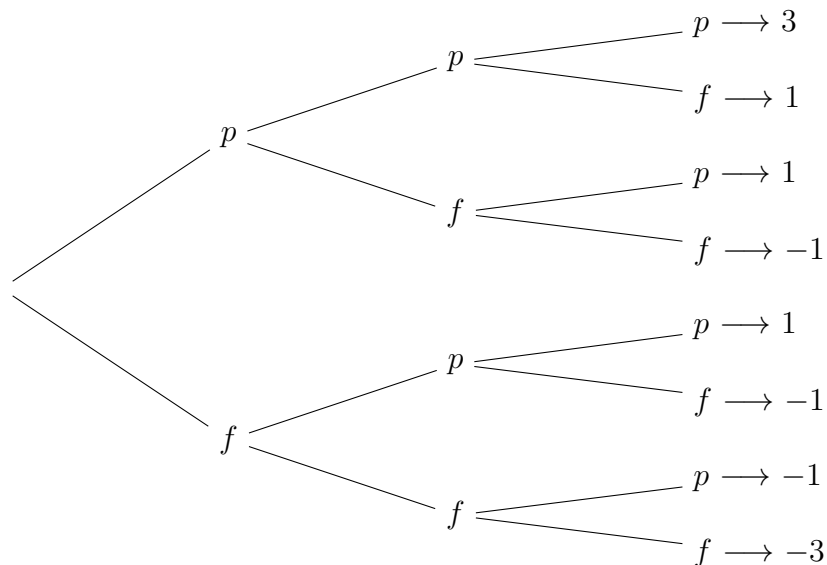
d. On a $P(\overline{R}) = 1 - P(R) = \frac{30}{n+30}$. Ainsi,

$$P(\overline{R}) \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{30}{n+30} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow 30 \times 4 \geq 3(n+30) \Leftrightarrow 120 \geq 3n + 90 \Leftrightarrow 30 \geq 3n \Leftrightarrow n \leq 10$$

donc la plus grande valeur de n telle la probabilité que la boule tirée ne soit pas rouge soit au moins égale à $\frac{3}{4}$ est 10.

Exercice 2.

1. a. On peut représenter la situation par un arbre en codant p pour *pile* et f pour *face*.



On modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des lancers possibles (qui correspondent 8 aux chemins possibles sur l'arbre).

Comme il y a 3 chemins qui mènent à l'abscisse 1, la probabilité que le pion soit à l'abscisse 1 à l'issue des 3 lancers est $\frac{3}{8}$.

- b. Il n'y a aucun chemin qui mène à l'abscisse 2 donc la probabilité que le pion soit à l'abscisse 2 à l'issue des 3 lancers est 0.
2. Dans cette question, on modélise l'expérience par l'équiprobabilité sur l'ensemble des 2^{2020} lancers.
- a. Notons n_p le nombre de *pile* obtenu au cours de 2020 lancers. On a alors obtenu $2020 - n_p$ *face* et la position finale du pion est $n_p - (2020 - n_p) = 2n_p - 2020$. Comme $2n_p$ et 2020 sont pairs, l'abscisse finale est également paire. Ainsi, la probabilité que le pion soit à l'abscisse 1 à l'issue des 2020 lancers est 0.
 - b. Il n'y a qu'une seule façon que l'abscisse finale soit 2020, c'est d'obtenir *pile* à chaque lancer. Ainsi, la probabilité que le pion soit à l'abscisse 2020 à l'issue des 2020 lancers est $\frac{1}{2^{2020}}$.