

Corrigé du devoir à la maison n°3

Exercice 1.

1. Grâce à la relation de Chasles, on peut écrire

$$3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} - 2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}) = \overrightarrow{0}$$

donc

$$4\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}$$

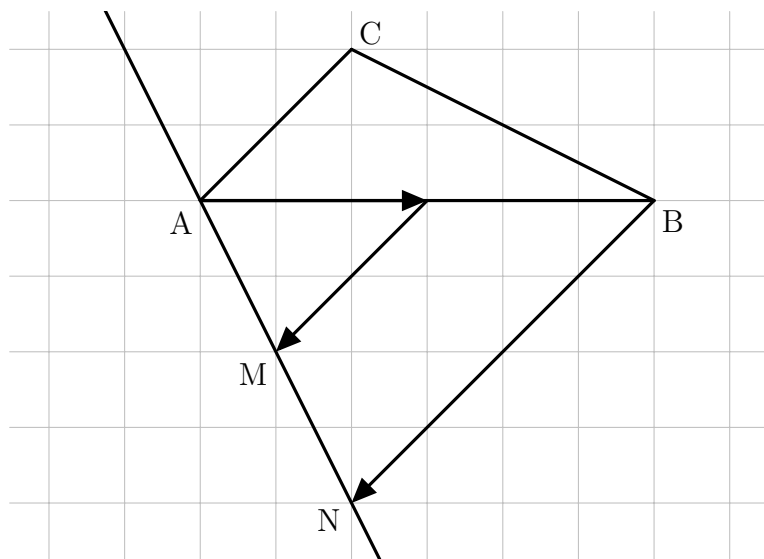
c'est-à-dire

$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$$

On en déduit que $2\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC})$

c'est-à-dire $\boxed{\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}$.

2.



3. En raisonnant comme en question 1., on obtient

$$2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} - 2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN}) = \overrightarrow{0}$$

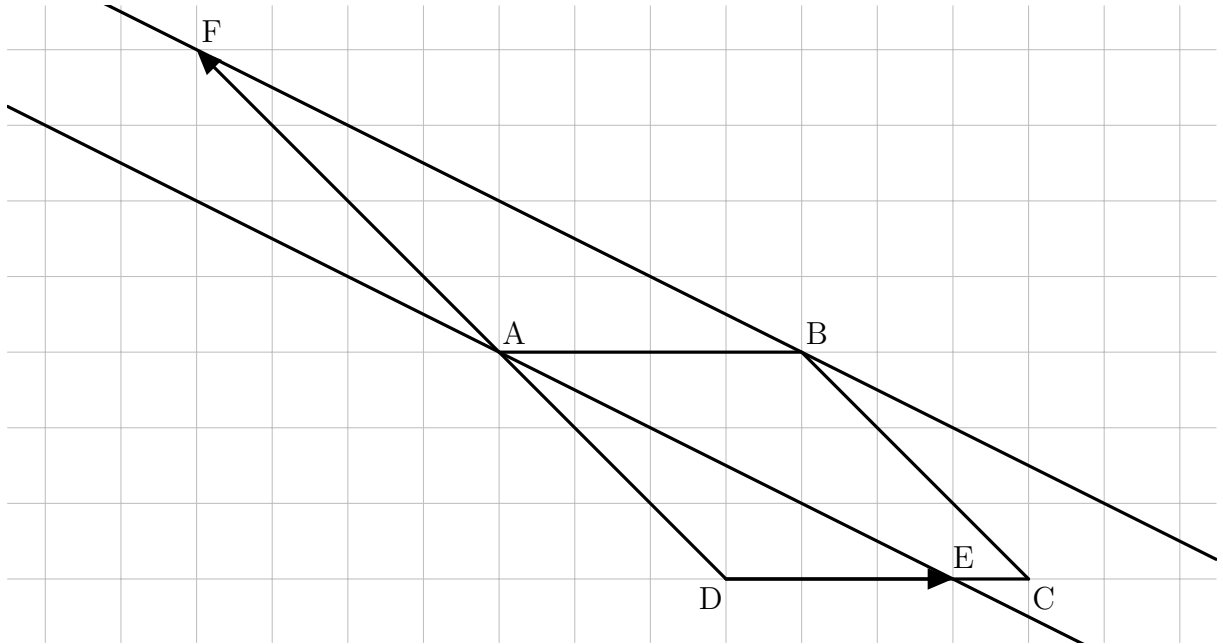
donc $3\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{0}$ et ainsi $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$. On en déduit que $\boxed{\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}$.

4. Voir ci-dessus.

5. D'après la question 3., $\overrightarrow{AN} = 2(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$ donc on déduit de la question 1. que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AM}$. Ainsi, les vecteurs $\overrightarrow{AN}$ et $2\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires donc on conclut que les points $\boxed{\text{les points A, M et N sont alignés}}$.

Exercice 2.

1.



2. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$. Or, par hypothèse, $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ c'est-à-dire $\boxed{\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$.
3. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$. Or, par hypothèse, $\overrightarrow{AF} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ c'est-à-dire $\boxed{\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}}$.
4. D'après la question 2., $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AD})$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AE} = -\frac{3}{4}(-\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD})$ et donc, d'après la question 3., $\overrightarrow{AE} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BF}$. Ainsi, les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\frac{3}{4}\overrightarrow{BF}$ sont colinéaires donc $\boxed{\text{les droites (AE) et (BF) sont parallèles}}$.